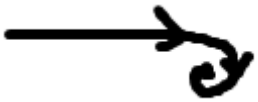
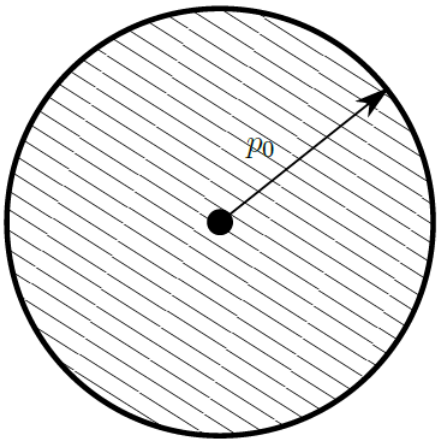
Про сечения.
Есть два определения сечения: хорошее и плохое.
Плохое дают все кому не лень: число столкновений за единицу времени на единицу толщины. Ничего непонятно, а самое главное – непонятно, это должно иметь размерность площади. Поэтому перейдём к хорошему определению!

Представим, что у нас есть одна частица, на которую падает другая. Они друг с другом притягиваются.
Если прицельный параметр слишком большой, частица на него НЕ упадёт:

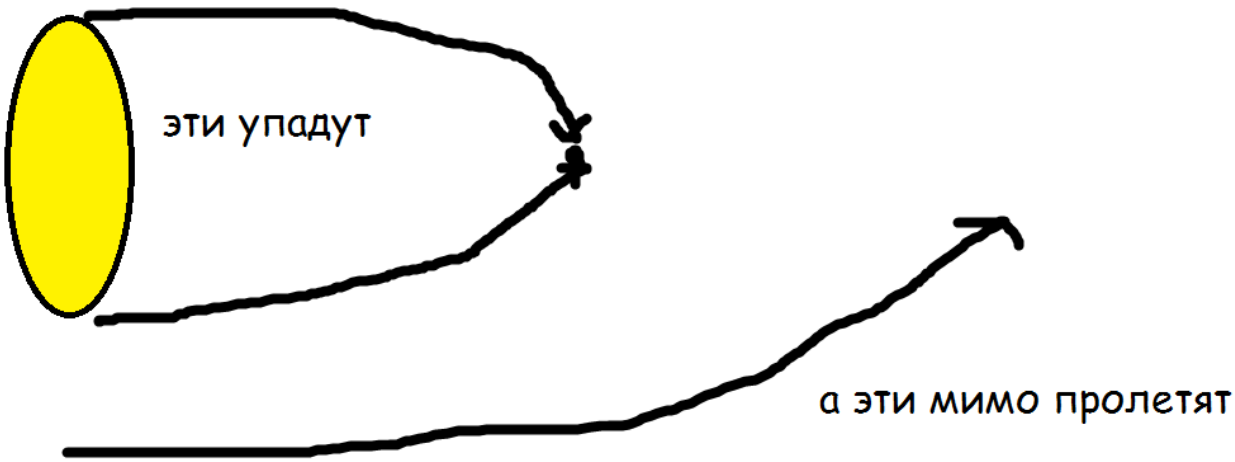
Если прицельный параметр слишком маленький, частица на него упадёт:



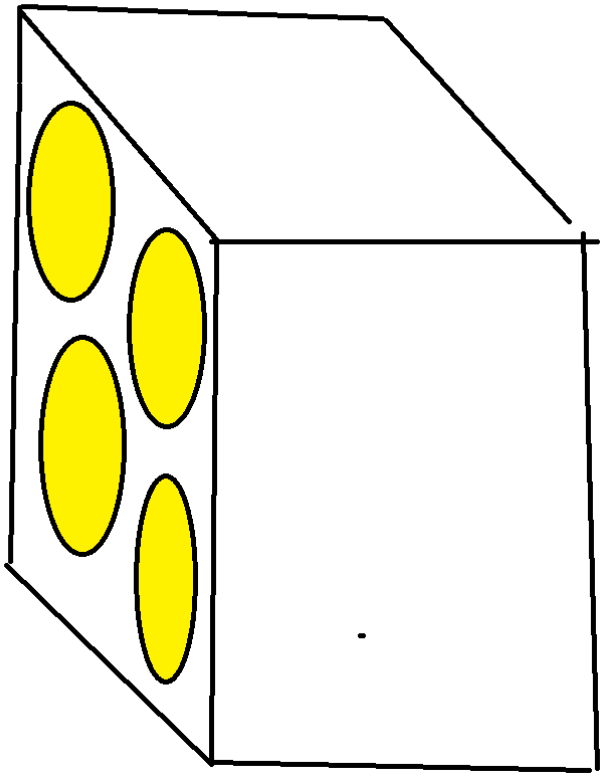
Существует некое критическое значение прицельного параметра (



Если частица летит в заштрихованной области, чёрная дыра её засосёт.
Иначе – пролетит мимо ☺
Площадь этого круга и есть сечение падения на центр.

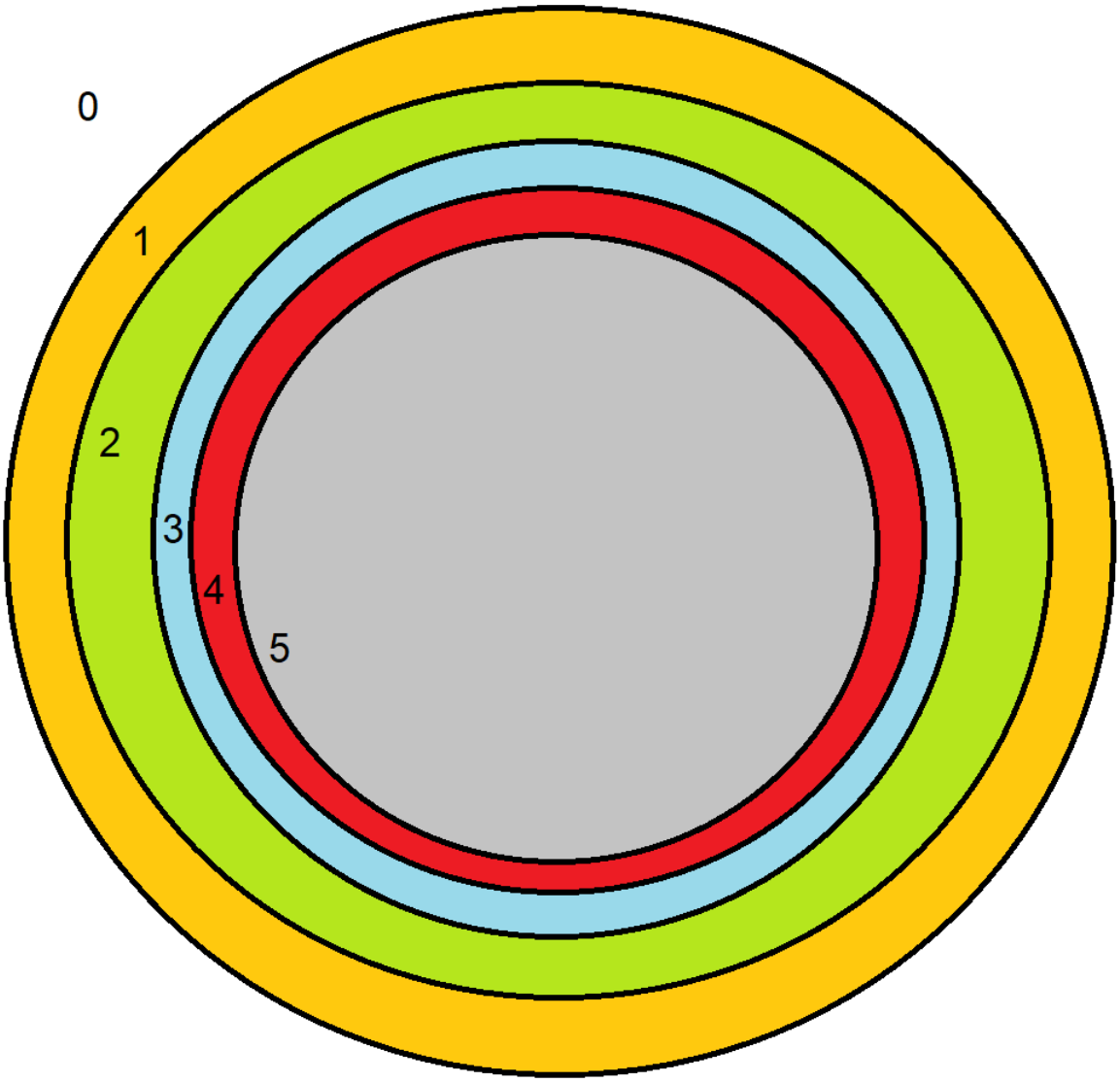


В реальном куске криталла частиц-ловушек в веществе много, поэтому у нас будет множество кругов:



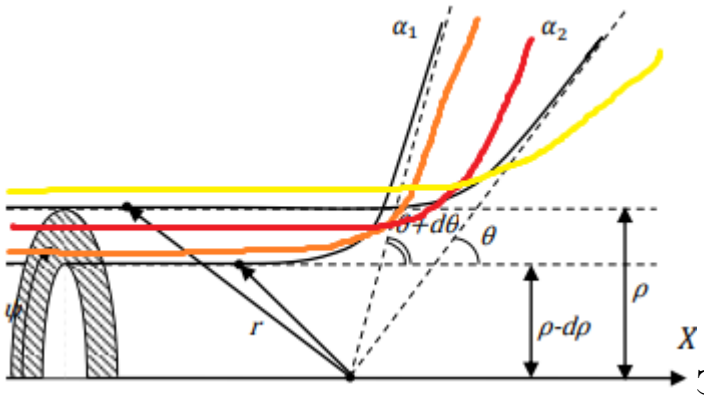
Но обычно говорят о сечении одного атома/ядра.
Это было обычное сечение, оно же сечение реакции. Не путать с другим сечением, к которому мы перейдём:

Дифференциальное сечение рассеяния.



Частицы, летящие в белой области, отклонятся менее, чем на 1 градус.
Частицы, летящие в оранжевой области, отклонятся на 1..2 градуса.
Частицы, летящие в зелёной области, отклонятся на 2..3 градуса.
Частицы, летящие в голубой области, отклонятся на 3..4 градуса.
Частицы, летящие в красной области, отклонятся на 4..5 градуса.
И т.д., потом мне стало лень влом рисовать круги ☺

Частицы после рассеяния улетают под разными углами. Диф.сечение рассеяния и есть зависимость доли числа частиц, улетевших под данным углом. А т.к. число частиц, улетевших под В ТОЧНОСТИ таким углом, есть 0, берут не угол Ω, а интервал (Ω..Ω+dΩ) и смотрят число частиц, попавших в него.
Например, на рисунке жёлтая частица в нужный диапазон не попадает, а красная и рыжая вполне:



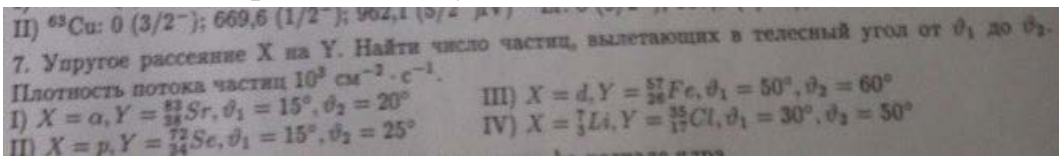
Это число частиц будет пропорционально ширине интервала углов dΩ, а коэф пропорциональности и будет определяться из закона Резерфорда:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{2mv^2}\right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\Theta}{2}}$$

Точно по такому же принципу работает плотность вероятности (вы должны знать её из молекулы). Помните распределение по скоростям? А здесь по углам. Там у вас была некая функция от скорости v, здесь от Ω:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{2mv^2}\right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\Theta}{2}}$$

Давайте посмотрим на задачу с зачёта.


II) ^{63}Cu: 0 (3/2$^-$); 669,6 (1/2$^-$); 962,1 (5/2$^-$ μV)
7. Упругое рассеяние X на Y. Найти число частиц, вылетающих в телесный угол от ϑ_1 до ϑ_2.
Плотность потока частиц 10^3 см$^{-2}\cdot$с$^{-1}$.
I) $X = \alpha, Y = {}^{83}_{38}Sr, \vartheta_1 = 15°, \vartheta_2 = 20°$
II) $X = p, Y = {}^{72}_{34}Se, \vartheta_1 = 15°, \vartheta_2 = 25°$
III) $X = d, Y = {}^{57}_{26}Fe, \vartheta_1 = 50°, \vartheta_2 = 60°$
IV) $X = {}^{7}_{3}Li, Y = {}^{35}_{17}Cl, \vartheta_1 = 30°, \vartheta_2 = 50°$

Решим, например, пункт I. 1-я частица – альфа-частица, т.е. гелий, т.е. Z1=2. Вторая частица – стронций с Z2=38. Также нам даны углы – конечный и начальный. Значит, надо проинтегрировать все частицы:

$$\int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{2mv^2}\right)^2}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} d\theta$$

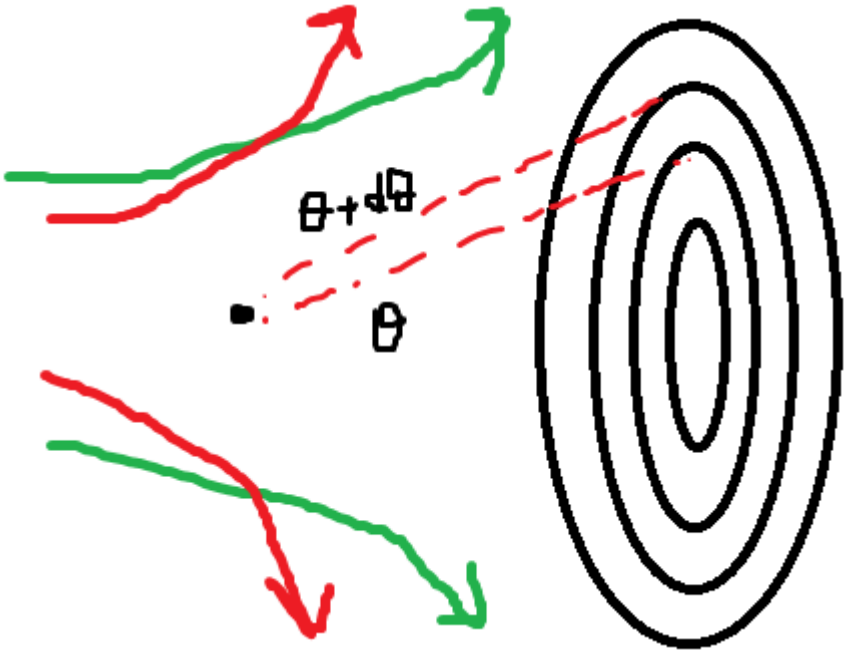
Подставляем:

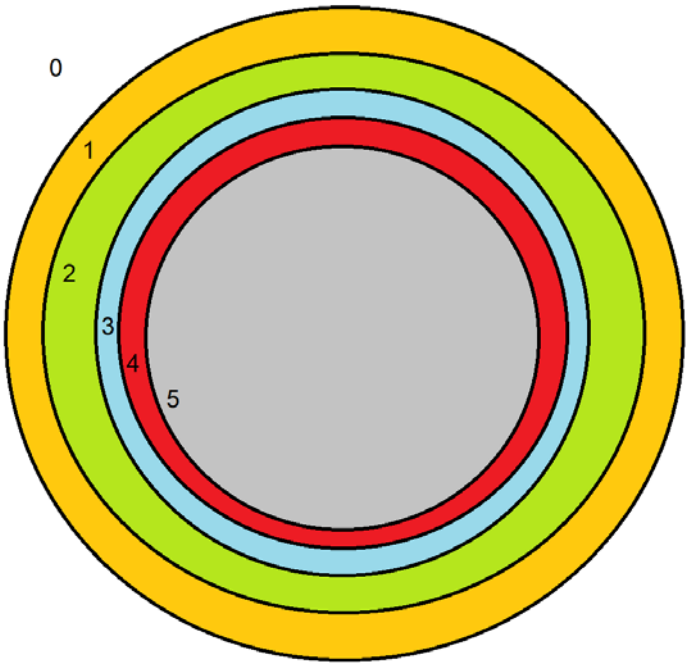
$$\int_{15°}^{20°} \frac{\left(\frac{2 * 38e^2}{2mv^2}\right)^2}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} d\theta$$

А вот не совсем: надо добавить синус:

$$\int_{15^\circ}^{20^\circ} \frac{\left(\frac{2 * 38e^2}{2mv^2}\right)^2 \sin\theta}{\sin^4\frac{\theta}{2}} d\theta$$

Зачем? Давайте вернёмся к рисунку с «мишенью для дартса», но на этот раз поставим её уже со стороны рассеяния:





Как видите, чем дальше, тем больше θ и чем больше толщина «долек лука». Они возрастают как sin θ. Поэтому и надо домножить на sin θ.

А чтобы получить число частиц за единицу времени, домножим на плотность потока:

$$10^3 \text{см}^{-3} c^{-1} \int_{15^\circ}^{20^\circ} \frac{\left(\frac{2 * 38e^2}{2mv^2}\right)^2}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} d\theta$$

Кин.энергию придётся оставить в качестве параметра. Кстати, с e^2 тоже не всё гладко, но это мы обсудим чуть позже.

Рассмотрим ещё одну задачу:
http://nuclphys.sinp.msu.ru/problems/009.htm

3. Вычислить сечение рассеяния а -частицы с кинетической энергией T = 5 МэВ кулоновс ядра ^{208}Pb под углами больше 90^0.

Искомое сечение получим интегрированием формулы Резерфорда

$$\sigma(\theta > \theta_0) = \int_\Omega \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega = \int_{\theta_0}^{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\sigma}{d\Omega} \sin\theta \, d\theta \, d\varphi = 2\pi \int_{\theta_0}^{\pi} \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{4T}\right)^2 \frac{\sin\theta \, d\theta}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} =$$

$$= 4\pi \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{4T}\right)^2 \left(-\frac{1}{\sin^2 \frac{\theta}{2}}\right)\Bigg|_{\theta_0}^{\pi} = 4\pi \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{4T}\right)^2 \left(\frac{1}{\sin^2 \frac{\theta_0}{2}} - 1\right) =$$

$$= 4\pi \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{4T}\right)^2 = 4 \times 3.14 \left(\frac{2 \times 82 \times 1.44 \text{МэВ} \cdot \text{Фм}}{4 \times 5 \text{МэВ}}\right)^2 = 1750 \text{ Фм}^2 = 17.5 \text{ барн.}$$

Вплоть до места, помеченного зелёным знаком, всё чинно-мирно: ну разве что вместо $2mv^2$ у нас 4T, но это одно и то же. Прикол случается на этапе подстановки: e^2 заменяется на 144 МэВ*Фм. С чего бы?

(На этом моменте я, будучи второкуром, долго тупил, но всё-таки разобрался. Сейчас помогу и вам!)

Сделаем отступление. Физики знают многие системы единиц: СИ, СГС (она будет у вас на электроде и станет вашей любовью на всю жизнь, после чего вы будете плеваться на СИ), атомная (познакомитесь на введении в кванты), а также 100500 внесистемных единиц. Физики-ядерщики обожают комбинировать СИ, СГС и свои эвы-кэвы-мэвы-гэвы-тэвы.
В частности, е в формуле выше – вовсе не $1{,}6*10^{-19}$ Кл. Он вообще измеряется не в Кулонах, а в единице заряда в системе СГС – $\sqrt{\text{см}^3 * \text{г}/\text{с}^2}$ (а квадрат заряда соответственно, 1 $\text{см}^3 * \text{г}/\text{с}^2$, или же эрг*см (эрг=$10^{-7}$ Дж)). Заряд электрона тогда $4{,}803*10^{-10}$ единиц измерения заряда в СГС! Подобные

танцы с бубном связаны с тем, что в СГС иначе записывается закон Кулона: $F = \frac{q_1 q_2}{r^2}$ (без коэфа пропорциональности!), из которого выводится формула Резерфорда. Поэтому, если вы в формулу Резерфорда будете подставлять величины в СИ, вы потерпите фиаско! Если вы упорно хотите адаптировать Резерфорда под СИ, то там надо ещё где-то константу из закона Кулоха будет запихнуть.

Как будто мало этого! Тут приходят ядерщики со своими вместисистемными единицами и говорят, что они любят Мэвы всякие, а сечения любят в барнах. Начинается перевод всяких эргов в Мэвы, который проходит особенно весело с учётом того, что Мэв гораздо ближе к СИ, чем к СГС (потому что вольт – СИшная величина!)

Короче, Склифосовский! Если вы будете вместо e^2 подставлять 1,44 МэВ*Фм, то у вас всё будет хорошо. Только в знаменателе кин.энергию тоже желательно в Мэвах, чтобы они в итоге ушли (как в этой задаче).

Откуда берётся 1,44? Ну, помните, что $e=1{,}6*10^{-19}$ Кл? Вот $1{,}44=1{,}6^2$. Почему Ферми (т.е. 10^{-15}см), а не 10^{-14} или 10^{-16} см? Ну упоритесь с расчётами из СГС в Мэвы и увидите ☺

Пост скриптум для дотошных, которым всё-таки интересно, почему e^2 = 1,44 Мэв*Фм.

Стартанём от СГС, потому что всё-таки ф-ла Резерфорда в нём.

$e^2=(4{,}803*10^{-10})^2=4{,}803^2*10^{-20}$ эрг*см

эрг=10^{-7} Дж. В то же время 1 эВ=$1{,}6*10^{-19}$ Дж, 1 МэВ=$1{,}6*10^{-13}$ Дж=$1{,}6*10^{-6}$ эрг. Выходит, что 1 эрг=10^6/1,6 Мэв

1 см=10^{13} Фм.

Итого $e^2=4{,}803^2/1{,}6 * 10^6 * 10^{13} * 10^{-20}$ МэВ*Фм. Ну и…

$$\frac{4.803^2}{1.6} \cdot 10^{13} \cdot 10^6 \cdot 10^{-20}$$

$$= 1.4418005625$$